



امتحان محاسبات عددی

« دانشگاه صنعتی امیرکبیر »

(دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر)

سه شنبه: 94/04/02

نام و نام خانوادگی:

(تنها استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است)

شماره دانشجویی:

مدت: 120 دقیقه

1- تابع $L: R^{n+} \rightarrow R$ را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$L = \sqrt[k]{x_1^k + x_2^k + \dots + x_n^k} ; k \geq 1$$

اگر ماکزیمم خطای نسبی هر یک از x_i ها برابر با M باشد، نشان دهید خطای نسبی L نیز کمتر یا مساوی M است.

2- الف: با استفاده از روشی همگرایی مرتبه 2، اولین تقریب عدد $\sqrt[3]{28}$ را با تقریب اولیه $x_0 = 3$ بدست آورید.

ب: مرتبه همگرایی دنباله تکراری زیر به عدد $p = \sqrt{b}$ ($b > 0$) چقدر است؟ (با ذکر دلیل)

$$x_{n+1} = \frac{x_n(x_n^2 + 3b)}{3x_n^2 + b}$$

3- الف: فرض کنید $P_2(x)$ چندجمله‌ای درونیاب داده‌های $(0,0)$ ، $(1,y)$ و $(3,-3)$ باشد. اگر ضریب x^2

در این چندجمله‌ای -2 باشد، y را بیابید.

ب: جدول تفاضلات تقسیم شده زیر را کامل کنید.

x_i	$f[.]$	$f[.,.]$	$f[.,.,.]$
-2	?		
1	?	?	
3	2	0	$-\frac{2}{15}$

ادامه سوالات پشت برگه ←

4- برای داده‌های زیر بهترین منحنی به فرم $y = \frac{\cos(x)}{A\sin(x)+B\cos(x)}$ را به روش کمترین مربعات برازش کنید.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
y	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

5- زمان حرکت یک پاندول پس از حل یک معادله دیفرانسیل بصورت زیر ارائه می‌شود:

$$t = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{d\theta}{\sqrt{\theta_0^2 - \left(\frac{6g}{L}\right) \sin^2(\theta)}}$$

که در آن $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ و $L = 1 \text{ m}$ ، $\theta_0 = 8 \text{ rad/s}$ ، مدت زمانی که طول می‌کشد تا این پاندول زاویه 0 تا $\frac{\pi}{2}$ را طی کند، محاسبه کنید.

6- معادله دیفرانسیل حاکم بر یک سیستم دینامیکی با فرم مکعبی بصورت زیر می‌باشد

$$m \frac{d^2 y}{dx^2} + c \frac{dy}{dx} + ky + \mu y^3 = F \cos(wx)$$

$$\text{شرایط اولیه} \begin{cases} y(0) = 1 \\ \frac{dy}{dx}(0) = 0 \end{cases}$$

مقادیر عددی پارامترهای مدل به قرار زیر است:

$$F = 0.22, \quad w = 1, \quad m = 1, \quad \mu = -1, \quad c = 1, \quad k = 0.22$$

مطلوبست محاسبه $y(0.5)$ با استفاده از روش رونگه کوتای مرتبه دوم (RK2) به ازاء $h = 0.5$.

7- با استفاده از روش حذفی گاوس نشان دهید دستگاه معادلات خطی زیر جواب ندارد.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_3 - x_4 = -3 \\ 3x_1 + 1x_2 - x_3 + 4x_4 = 2 \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 2 \end{cases}$$